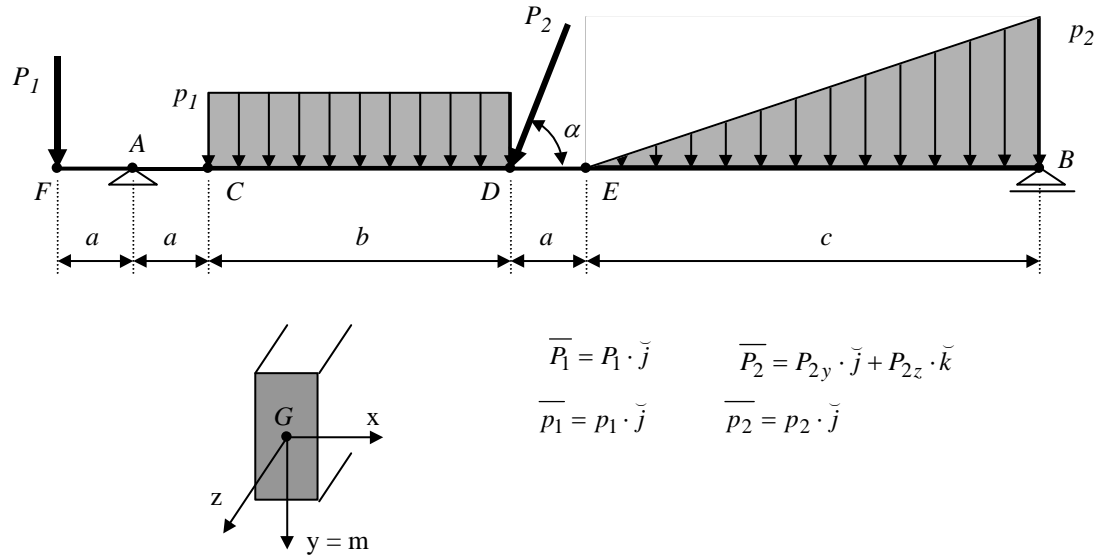


Ejercicio N° 1- Enunciado

Dado el sistema vinculado mostrado en la figura 1.1, y de acuerdo con los datos indicados en la tabla 1.1:



La línea de fuerzas m coincide con el eje y de la terna local, ubicada en la cara derecha. El sentido de las cargas también está referido a dicha terna.

Figura 1.1

a	b	c	α	P_1	P_2	p_1	p_2
m	m	m	$^\circ$	kN	kN	kN/m	kN/m
1	4	6	60	20	50	10	20

Tabla 1.1

Se solicita:

1. Trazar los diagramas de esfuerzos característicos
2. Indicar los esfuerzos que se generan en la cara derecha de la sección D' , teniendo en cuenta la respectiva terna local

Ejercicio N° 1- Resolución

1. Trazado de los diagramas de esfuerzos característicos

Antes de trazar los diagramas debe realizarse un análisis cinemático del sistema y luego calcular las reacciones de vínculo

a. Análisis cinemático

El sistema formado por una barra de eje recto posee tres grados de libertad y, como se han impuesto tres condiciones de vínculo externo ($gl = v_e$), se encuentra isostáticamente sustentado y, en consecuencia, el problema es estáticamente determinado.

Además, no existe configuración de vínculo aparente, pues la normal a la base del apoyo móvil en B no pasa por el apoyo fijo A , lo cual indica que es un sistema cinemáticamente invariable.

b. Cálculos de las reacciones de vínculo

Debe realizarse el diagrama de cuerpo libre, asignando a las incógnitas sentidos arbitrarios. Luego se plantean las tres ecuaciones generales de equilibrio, tomando como referencia la denominada “terna global”, que es la que se utiliza para el cálculo de las reacciones de vínculo (ver figura 1.2).

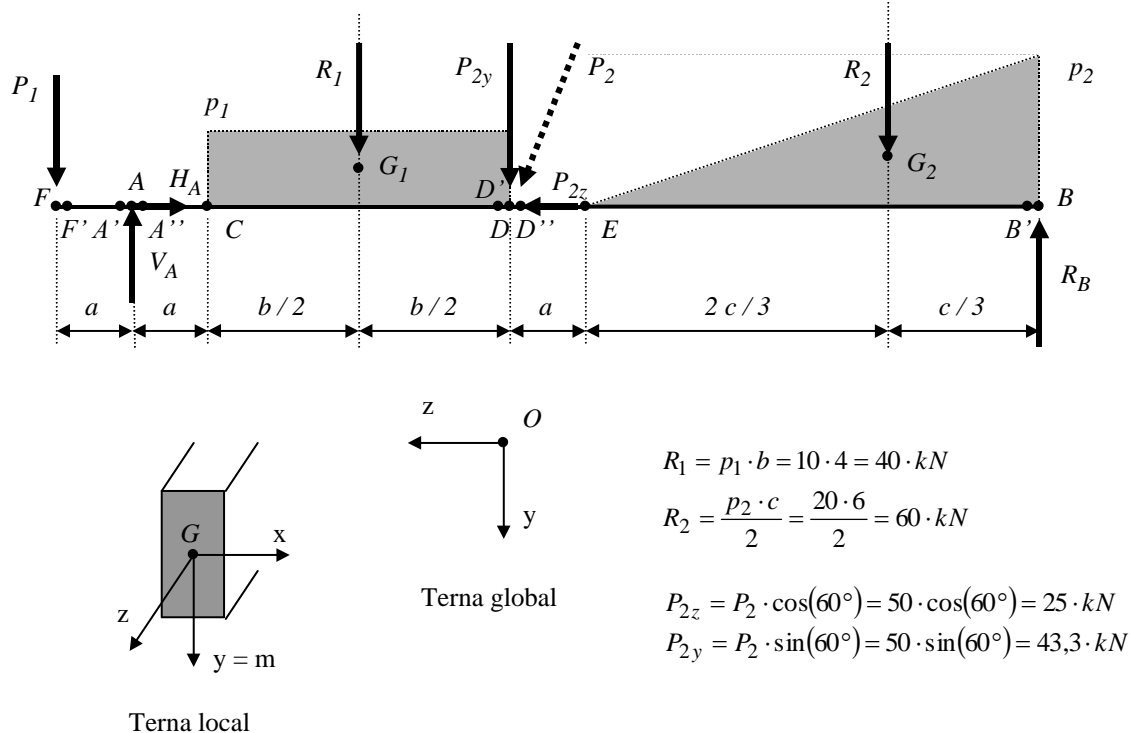


Figura 1.2

La “terna local” ubicada en la cara derecha de la sección a estudiar sirve de referencia para determinar los signos de los esfuerzos característicos.

Planteo de las ecuaciones equilibrio:

$$\sum_i P_{iz} = 0$$

$$-H_A + P_{2z} = 0$$

$$H_A = 25 \cdot kN$$

Cátedra: Ing. José Luis Tavorro	TP 6	1/3
---------------------------------	------	-----

$$\sum_i P_{iy} = 0$$

$$P_1 - V_A + R_1 + P_{2y} + R_2 - R_B = 0$$

$$V_A + R_B = P_1 + R_1 + P_{2y} + R_2$$

$$V_A + R_B = 20 + 40 + 43,30 + 60$$

$$V_A + R_B = 163,30$$

$$\sum_i M_i^A = 0$$

$$-P_1 \cdot a + R_1 \cdot \left(a + \frac{b}{2}\right) + P_{2y} \cdot (a + b) + R_2 \cdot \left(2 \cdot a + b + \frac{2}{3} \cdot c\right) - R_B \cdot (2 \cdot a + b + c) = 0$$

$$-20 \cdot 1 + 40 \cdot \left(1 + \frac{4}{2}\right) + 43,30 \cdot (1 + 4) + 60 \cdot \left(2 \cdot 1 + 4 + \frac{2}{3} \cdot 6\right) - R_B \cdot (2 \cdot 1 + 4 + 6) = 0$$

$$R_B \cdot 12 = -20 + 120 + 216,50 + 600$$

$$R_B = \frac{916,50}{12}$$

$$R_B = 76,38 \cdot kN$$

$$V_A = 163,30 - 76,38$$

$$V_A = 86,92 \cdot kN$$

Al resultar el signo de las incógnitas positivo, significa que los sentidos adoptados en forma arbitraria coinciden con los reales.

c. Trazado de los diagramas

Se utilizará el método de puntos y tangentes, debiendo calcularse en primer lugar los esfuerzos característicos en los denominados puntos singulares, donde los respectivos signos surgen al tener en cuenta las “ternas locales” adoptadas.

Posteriormente, y observando la ley de variación de los diagramas de cargas, se trazarán las tangentes en dichos puntos para los diagramas de esfuerzos de corte y luego, a partir de los mismos, las pendientes de los diagramas de momentos flexores.

Lo indicado tiene su explicación, según lo estudiado en la parte teórica, en las siguientes expresiones diferenciales:

$$p_y = \frac{dQ_{zy}}{dz} \quad (1)$$

$$Q_{zy} = -\frac{dM_x^f}{dz} \quad (2)$$

1.1. Cálculo de los esfuerzos de corte Q_{zy} en los puntos singulares

Se utiliza el diagrama de cuerpo libre, tomando para los cálculos los sentidos reales de las incógnitas:

$$Q_{zy}(F') = P_1 = 20 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(A') = Q_{zy}(F') = 20 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(A'') = Q_{zy}(A') - V_A = 20 - 86,92 = -66,92 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(C) = Q_{zy}(A'') = -66,92 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(D') = Q_{zy}(C) + R_1 = -66,92 + 40 = -26,92 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(D'') = Q_{zy}(D') + P_{2y} = -26,92 + 43,30 = 16,38 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(E) = Q_{zy}(D'') = 16,38 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(B') = Q_{zy}(E) + R_2 = 16,38 + 60 = 76,38 \cdot kN$$

Verificándose que $Q_{zy}(B')$ tiene el mismo valor absoluto y signo contrario que R_B , lo cual es correcto.

1.2. Cálculo de los momentos flexores M_{fx} en los puntos singulares

$$M_{fx}(A) = -P_1 \cdot a = -20 \cdot 1 = -20 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{fx}(C) = -P_1 \cdot (2 \cdot a) + V_A \cdot a = -20 \cdot (2 \cdot 1) + 86,62 \cdot 1 = 46,62 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{fx}(D) = -P_1 \cdot (2 \cdot a + b) + V_A \cdot (a + b) - R_1 \cdot \frac{b}{2} = -20 \cdot (2 \cdot 1 + 4) + 86,62 \cdot (1 + 4) - 40 \cdot \frac{4}{2} = 234,60 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{fx}(E) = -P_1 \cdot (3 \cdot a + b) + V_A \cdot (2 \cdot a + b) - R_1 \cdot \left(\frac{b}{2} + a\right) - P_{2y} \cdot a$$

$$M_{fx}(E) = -20 \cdot (3 \cdot 1 + 4) + 86,92 \cdot (2 \cdot 1 + 4) - 40 \cdot \left(\frac{4}{2} + 1\right) - 43,30 \cdot 1 = 218,22 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{fx}(B) = 0 \cdot kN \cdot m$$

1.3. Cálculo de los esfuerzos normales N_z en los puntos singulares

Como se observa en el diagrama de cuerpo libre, entre los puntos A y D se tienen un esfuerzo normal de compresión, cuya intensidad coincide con la de H_A y P_{2z} . O sea:

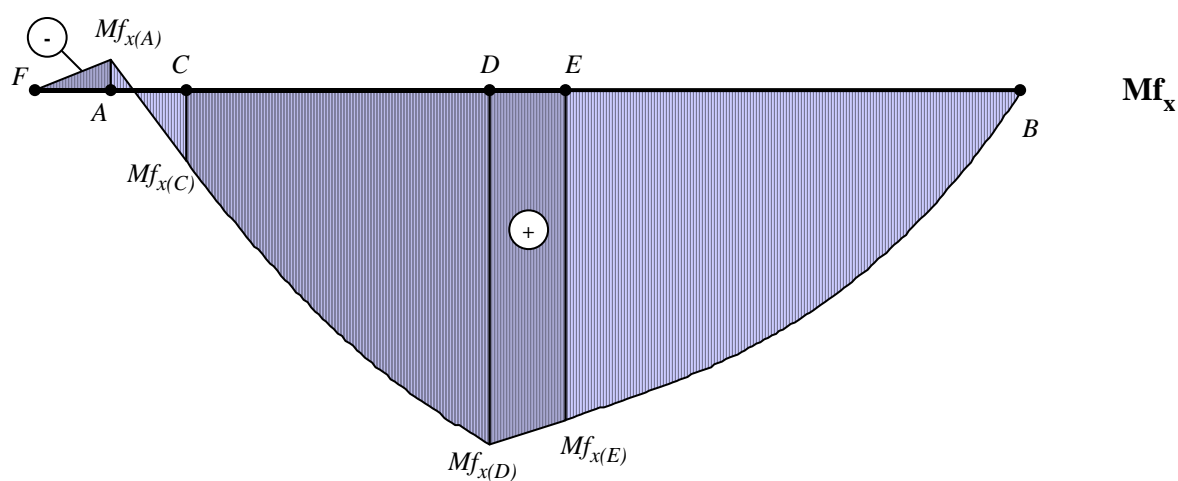
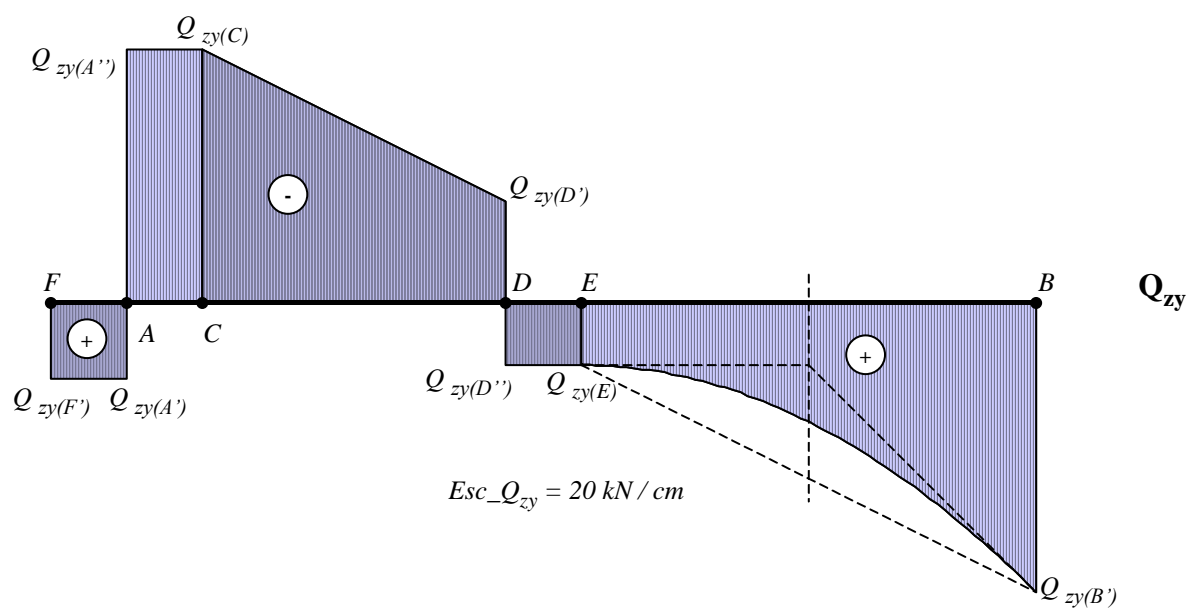
$$N_{z}(F') = N_{z}(A') = 0 \cdot kN$$

$$N_{z}(A'') = N_{z}(C) = N_{z}(D') = -H_A = -25 \cdot kN \quad (\text{compresión})$$

$$N_{z}(D'') = N_{z}(E) = N_{z}(B') = 0 \cdot kN$$

En la figura 1.3 se trazan los diagramas de esfuerzos característicos:

$$Esc_L = 1 \text{ m} / \text{cm}$$



$$\overline{HV} = Q_{zy}(C) \cdot \frac{b}{2} = 66,92 \cdot \frac{4}{2} = 133,84 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$Esc_M_{f_x} = 50 \text{ kN m} / \text{cm}$$

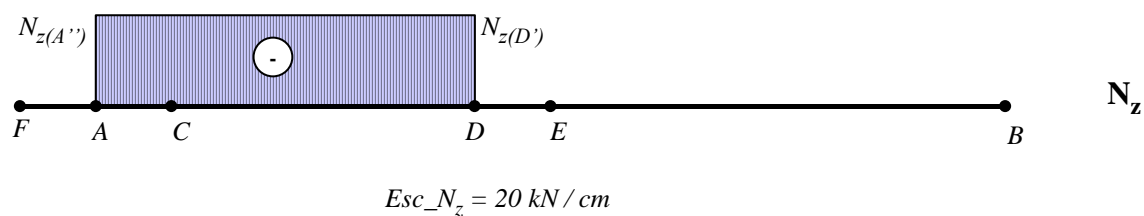


Figura 1.3

2. Esfuerzos en la sección D' (cara derecha)

Los esfuerzos en la sección D' (cara derecha) se muestran en la figura 1.4

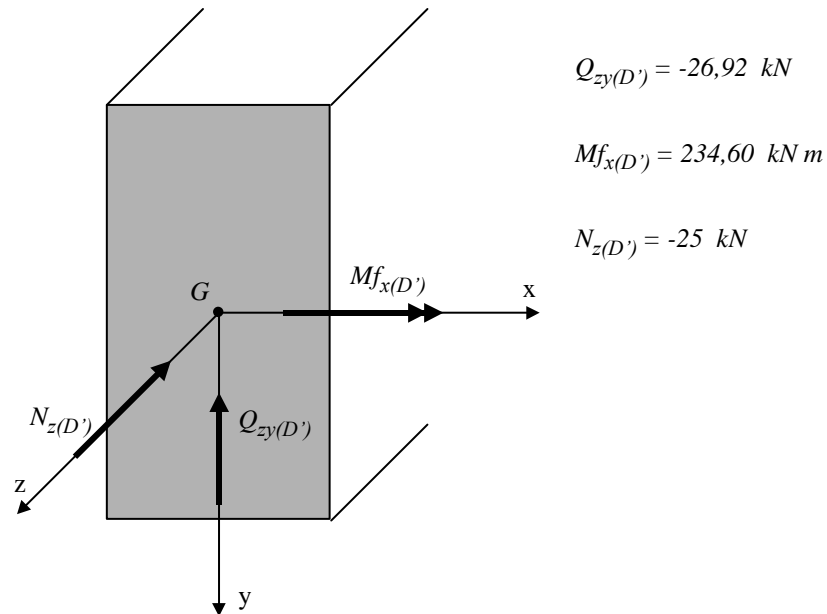


Figura 1.4